نام و نام خانوادگی:	زمان برگزاری: ۰ دقیقه	
نام آزمون: هندسه ۱		
تاریخ آزمون: ۱۳۹۸/۰۶/۰۴		فرزانگان ۴

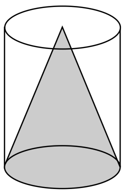
۱ - صفحه‌ای به صورت مایل یک مولّد مخروط را قطع می‌کند (عمود بر قاعده و عمود بر محور نباشد)، سطح مقطع حاصل کدام شکل می‌شود: (مولد دیگر را قطع نکند).

(۱) دایره　(۲) بیضی　(۳) مثلث متساوی‌الساقین　(۴) سهمی

۲ - کره‌ای به شعاع $17cm$ را، صفحه‌ای برش می‌دهد که مرکز کره از آن صفحه $8cm$ فاصله دارد، مساحت شکل حاصل برابر کدام گزینه می‌شود؟

(۱) 15π　(۲) 30π　(۳) 125π　(۴) 225π

۳ - اگر در استوانه‌ی توپُر مقابل یک مخروط طبق شکل مقابل برداریم و صفحه‌ای موازی صفحه دو قاعده‌ی استوانه این جسم را قطع کند. سطح مقطع حاصل چه شکلی است؟



(۱) دایره　(۲) یک مثلث
(۳) یک حلقه　(۴) بیضی

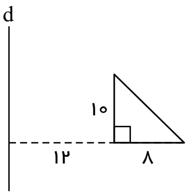
۴ - دو کره به شعاع‌های یکسان متقاطع‌اند به‌طوری‌که فاصله‌ی مراکز آن‌ها، $\sqrt{3}$ برابر شعاع یکی از کره‌هاست، مساحت مقطع برخورد دو کره، چند برابر مساحت یکی از کره‌هاست؟

(۱) $\frac{1}{4}$　(۲) $\frac{1}{9}$　(۳) $\frac{1}{16}$　(۴) $\frac{1}{8}$

۵ - اگر سطح مقطع یک استوانه با صفحه‌های افقی، عمودی و صفحه‌ی مایلی که از قاعده‌های استوانه عبور نکند، برخورد کند، کدام شکل حاصل نمی‌شود؟

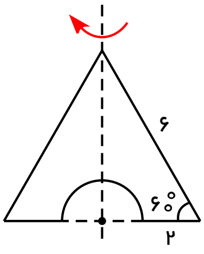
(۱) بیضی　(۲) سهمی　(۳) مستطیل　(۴) دایره

۶ - حجم شکل حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر حول محور d چقدر است؟ ($\pi = 3$)



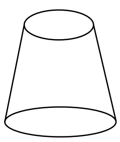
(۱) ۶۴۰　(۲) ۱۹۲۰
(۳) ۳۵۲۰　(۴) ۵۶۸۰

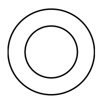
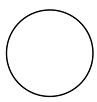
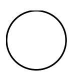
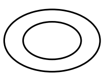
۷ - یک نیم‌دایره را مطابق شکل از یک مثلث متساوی‌الاضلاع بریده و شکل حاصل را حول محور تقارنش دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل از این دوران کدام است؟

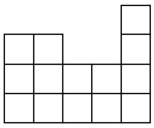


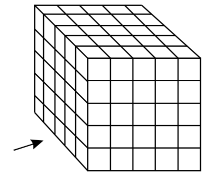
(۱) $(9\sqrt{3} - \frac{4}{3})\pi$　(۲) $(6\sqrt{3} - \frac{2}{3})\pi$
(۳) $(9\sqrt{3} - \frac{2}{3})\pi$　(۴) $(6\sqrt{3} - \frac{4}{3})\pi$

۸ - نمای بالای مخروط ناقص مقابل کدام است؟



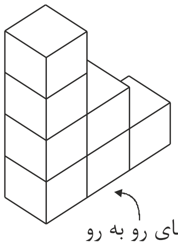
(۱) 　(۲) 　(۳) 　(۴) 

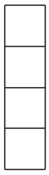
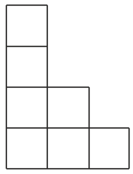
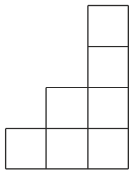
۹ - در شکل زیر حداقل چند تا و حداکثر چند تا از مکعب‌های کوچک برداشته شود تا نمای بالا به صورت  باشد؟



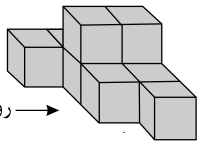
(۱) حداقل ۵۵ – حداکثر ۱۱۱
(۲) حداقل ۶۵ – حداکثر ۱۲۰
(۳) حداقل ۵۰ – حداکثر ۱۱۰
(۴) حداقل ۶۰ – حداکثر ۱۱۲

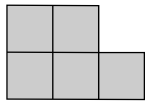
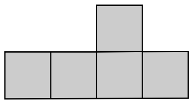
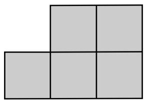
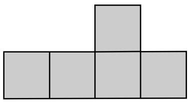
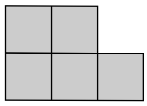
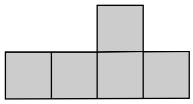
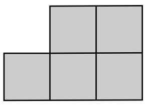
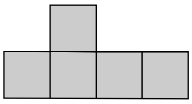
۱۰ - نمای بالای شکل مقابل، کدام است؟



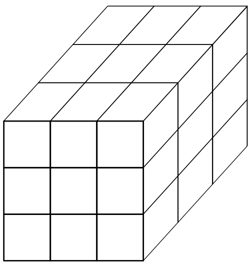
(۱) 
(۲) 
(۳) 
(۴) 

۱۱ - در مورد سازه‌ی زیر که از مکعب‌های واحد تشکیل شده است، کدام مورد صحیح است؟



(۱) نمای راست  نمای روبه رو 
(۲) نمای راست  نمای روبه رو 
(۳) نمای راست  نمای روبه رو 
(۴) نمای راست  نمای روبه رو 

۱۲ - تمام وجه‌های مکعب شکل زیر را رنگ‌آمیزی می‌کنیم. تعداد مکعب‌های کوچکی که دو وجه رنگ‌شده دارند، چقدر بیشتر از تعداد مکعب‌های کوچکی است که تنها یک وجه آن‌ها رنگ‌آمیزی شده است؟



(۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۶

۱۳ - در فضا از سه خط دو به دو متقاطع، چند صفحه می‌گذرد؟

(۱) دقیقاً ۱ (۲) ۲ (۳) حداکثر ۱ (۴) بی‌شمار

۱۴ - از خط d چند صفحهٔ عمود بر صفحهٔ P می‌توان عبور داد؟

(۱) همواره یک (۲) همواره بی‌شمار (۳) صفر یا بی‌شمار (۴) یک یا بی‌شمار

۱۵ - دو صفحهٔ متقاطع P و Q بر صفحهٔ R عمودند. در مورد فصل مشترک این دو صفحه کدام گزینه درست است؟

(۱) با تمام خطوط صفحهٔ R موازی است. (۲) بر تمام خطوط صفحهٔ R عمود است. (۳) داخل صفحهٔ R است. (۴) با صفحهٔ R موازی است.

۱۶ - خط‌ها یا صفحات ذکر شده، در چند مورد زیر لزوما با هم موازی نیستند؟

الف) دو خط عمود بر یک صفحه
ب) دو صفحه‌ی عمود بر یک خط
پ) دو خط عمود بر یک خط در فضا
ت) دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه

(۱) موارد ذکر شده همواره موازی‌اند. (۲) یک مورد (۳) دو مورد (۴) سه مورد

۱۷ - صفحه‌ی P، خط d و نقطه‌ی A مفروض است. در کدام حالت از گزینه‌های زیر می‌توان از نقطه‌ی A بی‌شمار خط عمود بر d بگذرانیم که با صفحه‌ی P موازی باشد؟

(۱) نقطه‌ی A در صفحه‌ی P و خط d عمود بر صفحه‌ی P باشد.

(۲) نقطه‌ی A خارج از خط d و صفحه‌ی P بوده و خط d عمود بر صفحه‌ی P باشد.

(۳) نقطه‌ی A روی خط d و خارج از صفحه‌ی P بوده و خط d عمود بر صفحه‌ی P باشد.

(۴) نقطه‌ی A خارج از خط d و صفحه‌ی P بوده و خط d موازی صفحه‌ی P باشد.

۱۸ - از نقطه‌ی A خارج از خط d، چند صفحه می‌گذرد که موازی خط d باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۹ - دو خط متنافر d_1 و d_2 و نقطه‌ی A غیر واقع بر این دو خط داده شده‌اند. چند خط از نقطه‌ی A می‌توان رسم کرد که با هر دو خط d_1 و d_2 موازی باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۰ - چند صفحه وجود دارد که بر دو خط متنافر عمود باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۱ - دو خط d و d' با صفحه‌ی P موازی هستند. وضعیت نسبی دو خط d و d' چگونه است؟

(۱) موازی‌اند. (۲) متقاطع‌اند. (۳) متنافرند. (۴) نامشخص است.

۲۲ - از دو خط متمایز L_1 و L_2، تنها یک صفحه عبور می‌کند. از نقطه‌ای خارج این صفحه چند خط می‌توان رسم کرد که هر دو خط را قطع کند؟

(۱) دقیقاً یکی (۲) حداکثر یکی (۳) صفر (۴) بی‌شمار

۲۳ - کدام یک از موارد زیر، لزوماً دو خط موازی را در فضا مشخص می‌کند؟

(۱) دو خط عمود بر یک خط (۲) دو خط موازی با یک صفحه (۳) دو خط متنافر با یک خط (۴) دو خط عمود بر یک صفحه

۲۴ - چه تعداد از موارد زیر، همواره درست است؟

الف) اگر هر خط عمود بر یک صفحه، بر صفحهٔ دیگر نیز عمود باشد، آن دو صفحه بر هم عمودند.

ب) اگر یک خط واقع بر یک صفحه، بر فصل مشترک آن صفحه و صفحهٔ دیگر، عمود باشد، آن دو صفحه بر هم عمودند.

پ) اگر یک خط واقع بر یک صفحه، بر دو خط متقاطع از صفحهٔ دیگر عمود باشد، آن دو صفحه بر هم عمودند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۵ - دو صفحهٔ P و Q بر هم عمودند. چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) هر خط عمود بر یکی از این دو صفحه، با دیگری موازی است.

ب) هر صفحهٔ عمود بر یکی از این دو صفحه، با دیگری موازی است.

پ) هر خط موازی با یکی از این دو صفحه، بر دیگری عمود است.

ت) هر صفحهٔ موازی با یکی از این دو صفحه، بر دیگری عمود است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۶ - چه تعداد از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

الف) از هر نقطهٔ غیر واقع بر یک صفحه فقط می‌توان یک خط بر آن صفحه عمود کرد.

ب) از هر نقطهٔ غیر واقع بر یک صفحه فقط می‌توان یک صفحه بر آن عمود کرد.

پ) اگر خطی بر یکی از خطوط صفحه‌ای عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۷ - دو زاویه در فضا برابرند اگر یکی از اضلاع آن‌ها با هم موازی باشد. اضلاع دیگر آن‌ها باهم چه وضعی دارند؟

(۱) الزاماً عمودند (۲) الزاماً موازیند (۳) الزاماً متنافرند (۴) نمی‌توان نظر داد

۲۸ - دو صفحه‌ی متقاطع در .... همدیگر را قطع می‌کنند.

(۱) یک نقطه (۲) دو نقطه (۳) یک خط (۴) یک صفحه

۲۹ - قطر یک مکعب با چند یال آن متنافر است؟

(۱) ۴ یال (۲) ۶ یال (۳) ۲ یال (۴) ۱ یال

۳۰ - دو خط مانند L و L' در فضا متقاطع‌اند، چند صفحه وجود دارد که این دو خط بر آن صفحه‌ها عمود باشند.

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۳۱ - نقطه‌ی A را خارج از خط L در فضا در نظر بگیرید. از نقطه‌ی A چند خط موازی L و چند صفحه موازی L می‌توان رسم کرد؟

(۱) یک - یک (۲) یک - بی‌شمار (۳) بی‌شمار - یک (۴) بی‌شمار - بی‌شمار

۳۲ - نقطه‌ی A خارج از دو خط متنافر L و L' می‌باشد. از نقطه‌ی A چند صفحه موازی این دو خط می‌توان عبور داد؟

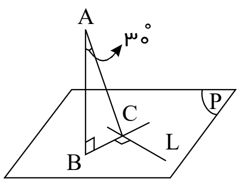
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۳۳ - خطی مانند L بر فصل مشترک دو صفحه‌ی P و P' عمود است. کدام یک از حالت‌های زیر درست می‌باشد؟

(۱) خط L بر P عمود است. (۲) خط L بر P' عمود است.

(۳) خط L بر صفحات P و Q عمود نیست. (۴) هر سه مورد

۳۴ - فرض کنید L یک خط در صفحه‌ی P و نقاط B و C دو نقطه‌ی متمایز در صفحه‌ی P باشند به طوری که BC در نقطه‌ی C بر خط L عمود باشد. اگر A نقطه‌ای در فضا باشد که AB بر صفحه‌ی P عمود باشد، آنگاه خط L با پاره‌خط AC چه زاویه‌ای می‌سازد؟ $(\widehat{A} = ۳۰^\circ)$



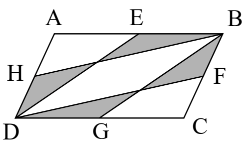
(۱) ۳۰° (۲) ۶۰°

(۳) ۹۰° (۴) ۴۵°

۳۵ - دو صفحه‌ی P و Q بر هم عمودند و خط d نیز بر صفحه‌ی P عمود است. این خط نسبت به صفحه‌ی Q چه وضعی دارد؟

(۱) موازی یا منطبق (۲) عمود (۳) متقاطع (۴) نمی‌توان مشخص کرد.

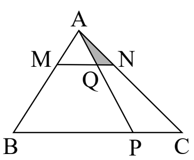
۳۶ - در متوازی الاضلاع شکل زیر H ، G ، F و E وسط اضلاع هستند. مساحت قسمت رنگی چه کسری از مساحت متوازی الاضلاع است؟



(۱) $\frac{۱}{۶}$ (۲) $\frac{۱}{۲}$

(۳) $\frac{۱}{۳}$ (۴) $\frac{۲}{۳}$

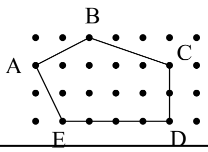
۳۷ - در مثلث ABC، پاره خط MN موازی ضلع BC است. اگر $\frac{AM}{MB} = \frac{۱}{۲}$ و $\frac{PC}{PB} = \frac{۱}{۳}$ و مساحت مثلث AQN برابر با ۳ واحد مربع باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱) ۲۷ (۲) ۳۶

(۳) ۱۰۸ (۴) ۱۲۱

۳۸ - مساحت شکل زیر برابر است با:

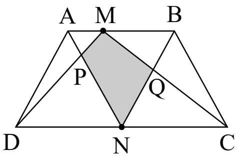


(۱) ۹٫۵ (۲) ۱۱٫۵

(۳) ۱۲ (۴) ۵٫۵

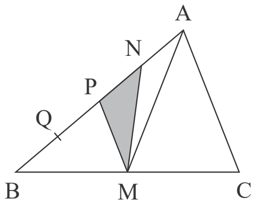
هندسه ۱

۳۹- در شکل مقابل، AB با CD موازی است. اگر $S_{APD} = ۴$ و $S_{BQC} = ۶$، مساحت ناحیه‌ی سایه‌دار کدام است؟



۱) ۲۰
۲) ۵
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۴۰- در مثلث ABC، پاره‌خط AM میانه‌ی وارد بر ضلع BC است. همچنین نقاط N، P و Q ضلع AB را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنند. اگر مساحت مثلث ABC، برابر ۲۴ باشد، مساحت ناحیه‌ی رنگی کدام است؟

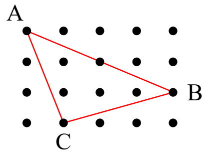


۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) ۶
۳) ۳
۴) ۴

۴۱- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای ۴ است. این چندضلعی حداکثر چند نقطه‌ی مرزی می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۴۲- در شکل رو به رو فاصله‌ی هر دو نقطه‌ی متوالی به صورت افقی و عمودی برابر واحد است، طول ارتفاع وارد بر بزرگ ترین ضلع مثلث کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۲}$
۲) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۳}$
۳) $\sqrt{۵}$
۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

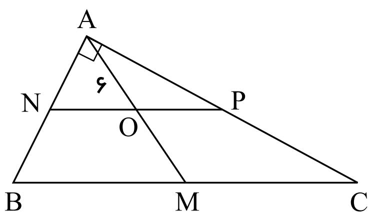
۴۳- اضلاع مستطیلی را به اندازه ی خودشان و در یک جهت امتداد می دهیم، اگر چهار نقطه ی به دست آمده را به هم وصل کنیم، چهار ضلعی ایجاد شده کدام است؟

۱) متوازی الاضلاع
۲) مربع
۳) لوزی
۴) مستطیل

۴۴- در چهارضلعی $ABCD$، وسط اضلاع AB و CD و وسط دو قطر AC و BD رئوس یک لوزی هستند. در مورد چهارضلعی $ABCD$ کدام درست است؟

۱) لوزی است.
۲) متوازی‌الاضلاع است.
۳) $AB = CD$
۴) $AD = BC$

۴۵- در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC(\hat{A} = ۹۰^\circ)$، نقاط M، N و P وسط‌های اضلاع هستند. اگر $AO = ۶$، طول وتر این مثلث کدام است؟

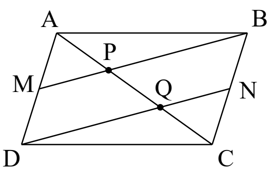


۱) ۱۲
۲) ۶
۳) ۳
۴) ۲۴

۴۶- از تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی مستطیلی به طول اضلاع ۲ و ۳، چهارضلعی $ABCD$ و از وصل کردن وسط‌های اضلاع مستطیل به‌طور متوالی، چهارضلعی $MNOP$ حاصل می‌شود. مساحت چهارضلعی $MNOP$، چند برابر مساحت چهارضلعی $ABCD$ است؟

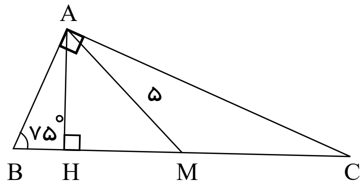
۱) ۳
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) ۲۴

۴۷- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، M و N وسط‌های اضلاع AD و BC می‌باشند. اگر $QN = ۳$ باشد، طول DQ کدام است؟



۱) $\frac{۹}{۲}$
۲) ۵
۳) $\frac{۱۱}{۲}$
۴) ۶

۴۸ - در مثلث قائم‌الزاویهٔ $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$, AM میانهٔ وارد بر وتر است. اندازهٔ HM کدام است؟



(۱) $\frac{۹}{۴}$ (۲) $\frac{۵}{۲}$

(۳) $\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$ (۴) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}$

۴۹ - اگر وسط‌های اضلاع یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین را به یکدیگر وصل کنیم چهارضلعی حاصل کدام است؟

(۱) مستطیل (۲) مربع (۳) لوزی (۴) متوازی‌الاضلاع

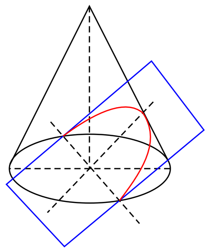
۵۰ - در هر مثلث اگر وسط‌های سه ضلع و پای یک ارتفاع دلخواه را به هم وصل کنیم شکل حاصل ....

(۱) مستطیل است. (۲) ذوزنقه متساوی‌الساقین است. (۳) مثلث متساوی‌الساقین است. (۴) هر سه مورد ممکن است رخ دهد.

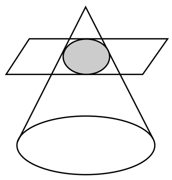
پاسخنامه تشریحی

۱ ـ گزینه ۴

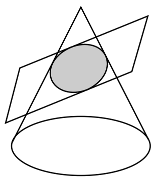
سطح مقطع حاصل یک سهمی است.



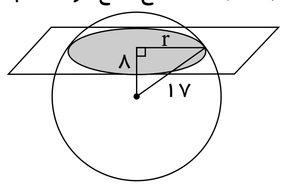
اگر عمود بر محور باشد دایره است.



اگر هر دو مولد را قطع کند بیضی است.



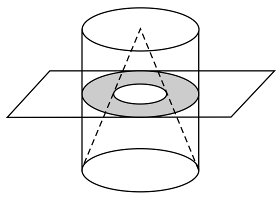
۲ ـ گزینه ۴ سطح مقطع هر صفحه با کره، یک دایره می‌شود که در این شکل ما شعاع دایره را نداریم.



طبق قضیه‌ی فیثاغورس: $r^۲ + ۸^۲ = ۱۷^۲ \to r^۲ = ۲۸۹ - ۶۴ = ۲۲۵ \to r = ۱۵$

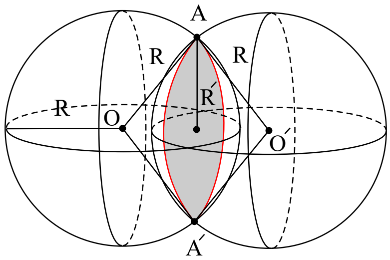
دایره (سطح مقطع) $S = \pi r^۲ = \pi \times ۱۵^۲ = ۲۲۵\pi$

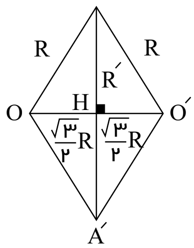
۳ ـ گزینه ۳



یک حلقه می‌شود.

۴ ـ گزینه ۳ محل برخورد دو کره یک سطح مقطع به شکل دایره بوده و طبق شکل مقابل قطر آن AA' است و طبق شکل چهارضلعی $OAO'A'$ یک لوزی می‌باشد.

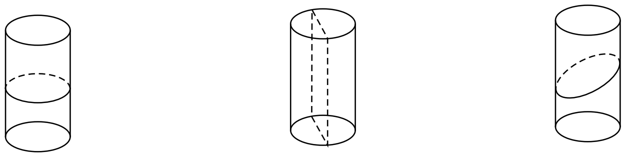




$\overset{\Delta}{OAH} : OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ \Rightarrow R^۲ = (\frac{\sqrt{۳}}{۲}R)^۲ + AH^۲ \Rightarrow AH = \frac{R}{۲}$ شعاع دایره سطح مقطع

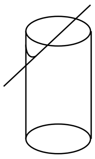
$$\frac{S_{دایره}}{S_{کره}} = \frac{\pi\left(\frac{R}{۲}\right)^۲}{۴\pi R^۲} = \frac{\frac{R^۲}{۴}}{۴R^۲} = \frac{۱}{۱۶}$$

۵ ـ گزینه ۲ همانند شکل‌های زیر، اگر صفحه‌ی مایل برخورد کند، بیضی و اگر صفحه‌ی افقی برخورد کند دایره و اگر صفحه‌ی عمودی برخورد کند مستطیل حاصل می‌شود.

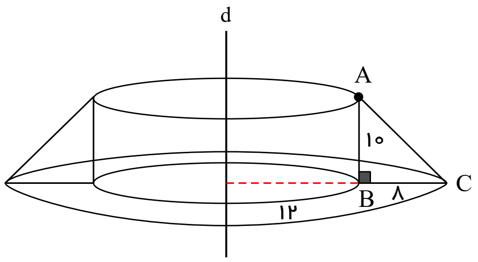


روبه رو ← بیضی　　صفحه عمودی ← مستطیل　　صفحه افقی ← دایره

حال اگر صفحه‌ای که با استوانه برخورد می‌کند از قاعده‌های استوانه عبور کند شکل سهمی به‌وجود می‌آید. به شکل زیر توجه کنید:

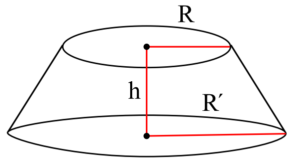


۶ ـ گزینه ۳



نکته: حجم مخروط ناقصی که با شعاع قاعده‌های R و R' و ارتفاع h از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$V = \frac{\pi h}{۳}(R^{۲} + R'^{۲} + RR')$$



برای محاسبهٔ حجم حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه حول محور d حجم استوانه را از مخروط ناقص کم می‌کنیم:

$$V_{\text{مخروط ناقص}} = \frac{۳ \times ۱۰}{۳}(۱۲^{۲} + ۲۰^{۲} + ۱۲ \times ۲۰) = ۷۸۴۰$$

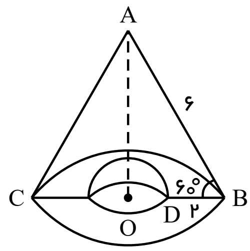
$$V_{\text{استوانه}} = ۳ \times ۱۲^{۲} \times ۱۰ = ۴۳۲۰$$

$$V_{\text{مطلوب}} = V_{\text{مخروط ناقص}} - V_{\text{استوانه}} = ۷۸۴۰ - ۴۳۲۰ = ۳۵۲۰$$

۷ ـ گزینه ۳ فضای اشغال‌شده به‌صورت یک مخروط است که قاعدهٔ آن به‌صورت یک نیم‌کرهٔ خالی است.

$$O\overset{\Delta}{A}B\ : OA = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB = ۳\sqrt{۳}$$

$$OB = \frac{۱}{۲}AB = \frac{۱}{۲} \times ۶ = ۳ \to OD = ۳ - ۲ = ۱$$



$$V_{\text{مخروط}} = \frac{۱}{۳}\pi(OB)^{۲} \times OA = \frac{۱}{۳}\pi \times ۳^{۲} \times ۳\sqrt{۳} = ۹\sqrt{۳}\pi$$

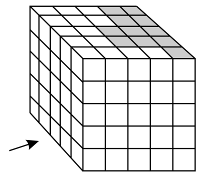
$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{V_{\text{کره}}}{۲} = \frac{۲}{۳}\pi(OD)^{۳} = \frac{۲}{۳}\pi \times ۱ = \frac{۲}{۳}\pi$$

$$V_{\text{شکل حاصل}} = V_{\text{مخروط}} - V_{\text{نیم‌کره}} = ۹\sqrt{۳}\pi - \frac{۲}{۳}\pi = (۹\sqrt{۳} - \frac{۲}{۳})\pi$$

۸ ـ گزینه ۱ وقتی از بالا به جسم نگاه کنیم دو دایره‌ی هم مرکز خواهیم دید.

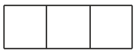
۹ ـ گزینه ۱ برای آن‌که نمای بالای خواسته شده به دست آید باید حداقل تمام مکعب‌های هاشورخورده و مکعب‌های زیر آن برداشته شود یعنی حداقل $۵۵ = ۵ \times ۱۱$. از ردیف مکعب‌های هاشورنخورده حداقل یکی باید بماند پس حداکثر مکعب‌هایی که می‌توان برداشت:

۵۵ + ۱۴ × ۴ = ۵۵ + ۵۶ = ۱۱۱



۱۰ ـ گزینه ۱

تصویر نمای بالا این شکل به‌صورت مقابل است.



بنابراین گزینه‌ی ۱ درست است.

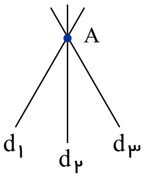
۱۱ ـ گزینه ۴ با توجه به شکل سه‌بعدی، نمای راست و نمای روبه‌روی صحیح در شکل‌های گزینه‌ی «۴» آمده است.

۱۲ ـ گزینه ۴

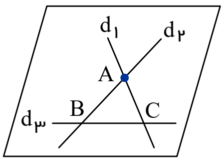
$$\left.\begin{array}{l} \text{تعداد مکعب‌های با دو وجه رنگ‌شده} = ۱۲ \\ \text{تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ‌شده} = ۶ \end{array}\right\} \rightarrow ۱۲ - ۶ = ۶$$

۱۳ ـ گزینه ۳

اگر سه خط مورد نظر همرس باشند، می‌توانند به گونه‌ای باشند که در یک صفحه قرار نگیرند.



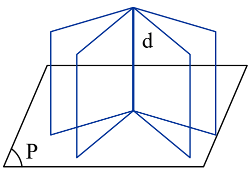
اما اگر نقطهٔ تقاطع دو به دوی این خط‌ها متمایز باشد، تنها یک صفحه وجود دارد که این خط‌ها در آن قرار بگیرند.



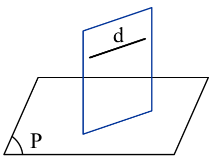
۱۴ ـ گزینه ۴ دو حالت رخ می‌دهد.

۱) اگر خط d بر صفحهٔ P عمود نباشد که در این حالت فقط یک صفحهٔ عمود بر P از خط d می‌گذرد.

۲) اگر خط d بر صفحهٔ P عمود باشد که در این حالت بی‌شمار صفحهٔ عمود بر P خط d عبور می‌کند.



d عمود بر P

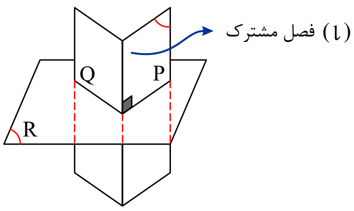


d غیرعمود بر P

۱۵ ـ گزینه ۲ نکته: اگر دو صفحهٔ متقاطع P و Q بر صفحه‌ای مانند R عمود باشند. فصل مشترک این دو صفحهٔ متقاطع نیز بر صفحهٔ R عمود است.

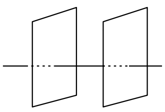
از طرفی می‌دانیم اگر خطی بر صفحه‌ای مانند R عمود باشد، بر تمامی خطوط آن صفحه نیز عمود است.

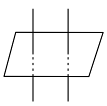
با توجه به اینکه خط l فصل مشترک دو صفحه‌ی P و Q است بر تمامی خطوط صفحهٔ R عمود است.



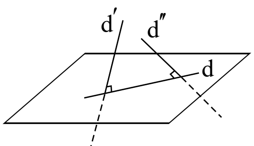
۱۶ ـ گزینه ۳

موارد الف و ب درست ولی دو مورد دیگر ممکن است درست نباشد. برای شرح گزینهٔ الف و ب شکل‌های زیر را داریم:

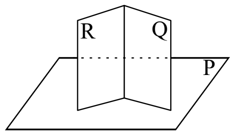




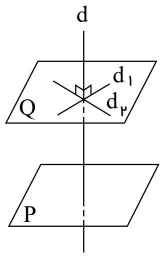
گزینهٔ پ: دو خط عمود بر یک خط در فضا لزوما موازی نمی‌باشند.

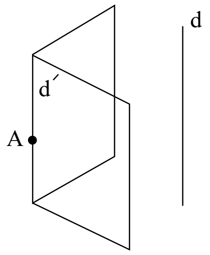


گزینهٔ ت: شکل زیر را داریم که نشان می‌دهد لزوما درست نمی‌باشد.



۱۷ ـ گزینه ۳ در وهله‌ی نخست باید توجه کنید که از هر نقطه‌ی خارج یک خط، درست یک خط عمود بر آن خط می‌توانیم رسم کنیم. پس نقطه‌ی A باید روی d قرار داشته باشد تا بتوانیم بی شمار عمود بر خط d در نقطه‌ی A رسم کنیم. همه‌ی خط‌های عمود بر d در نقطه‌ی A، بر صفحه‌ی عمود بر d در A، واقع هستند. حال صفحه‌ی Q گذرنده از A و عمود بر d را رسم می‌کنیم. واضح است که خط‌های عمود بر d در A (مثل دو خط d_1 ، d_2) در صورتی همگی موازی با صفحه‌ی P هستند که خط d بر صفحه‌ی P عمود باشد، یعنی در این صورت بی‌شمار عمود بر d و موازی با صفحه‌ی P وجود دارد.





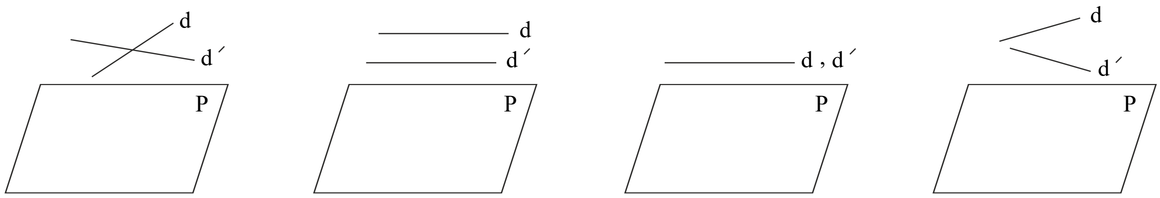
۱۸ ـ گزینه ۴ می‌دانیم از یک نقطه خارج یک خط، فقط یک خط موازی با آن می‌توان رسم کرد. حال از خط d' بی‌شمار صفحه می‌گذرد که با خط d موازی است.

۱۹ ـ گزینه ۱ می‌دانیم دو خط موازی با یک خط، خود با هم موازی‌اند.

بنابراین هیچ خطی از نقطه‌ی A نمی‌توانیم رسم کنیم که موازی با دو خط متنافر d_1 و d_2 باشد زیرا در غیر این‌صورت خطوط d_1 و d_2 موازی یکدیگر می‌شوند و این مطلب با فرض مسئله تناقض دارد.

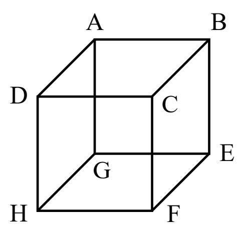
۲۰ ـ گزینه ۱ هیچ صفحه‌ای وجود ندارد چون اگر صفحه‌ای مانند p بر دو خط متنافر d و d' عمود باشد، در این صورت این دو خط باید موازی باشند(چون دو خط عمود بر یک صفحه موازیند) که با متنافر بودن دو خط تناقض دارد.

۲۱ ـ گزینه ۴ دو خط در فضا می‌توانند متقاطع، موازی، منطبق یا متنافر باشند اگر این دو خط موازی صفحه‌ی P باشند اشکال زیر را خواهیم داشت.



۲۲ ـ گزینه ۲ اگر دو خط L_1 و L_2 موازی باشند، خارج از صفحه‌ی P و از نقطه‌ای مانند A هیچ خطی نمی‌توان رسم کرد که هر دو خط را قطع کند. اما اگر دو خط L_1 و L_2 در نقطه‌ای مانند M متقاطع باشند. از نقطه‌ی A می‌توان خطی رسم کرد که از M بگذرد و هر دو خط L_1 و L_2 را قطع کند. بنابراین حداکثر یک خط می‌توان رسم کرد.

۲۳ ـ گزینه ۴



برای بررسی سایر گزینه‌ها بهتر است منشوری مانند مکعب زیر را در نظر بگیریم.

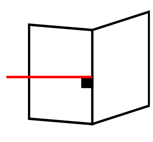
گزینهٔ (۱) خطوط AB و CB بر خط BE عمود هستند اما موازی نیستند.

گزینهٔ (۲) خطوط DC و DH با صفحهٔ $ABEG$ موازی‌اند اما با یکدیگر متقاطعند. (موازی نیستند)

گزینهٔ (۳) خطوط AD و BE نسبت به خط HF متنافرند ولی موازی نیستند.

بنابراین صرفاً گزینهٔ ۴ همواره درست است.

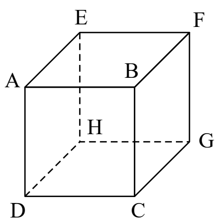
۲۴ ـ گزینه ۲



فقط مورد «پ» صحیح است.

در مورد الف، دو صفحه موازی یکدیگر می‌شوند و در مورد «ب» می‌توان حالتی را در نظر گرفت که دو صفحه بر هم عمود نباشند اما خط واقع بر یکی از صفحات بر فصل مشترک آن دو صفحه عمود باشد.

۲۵ ـ گزینه ۲



دو صفحهٔ عمود بر هم $ABCD$ و $ABFE$ را در نظر بگیرید. گزارهٔ «ب» نادرست است، زیرا مثلاً صفحهٔ $BFGC$ بر صفحهٔ $ABCD$ عمود است و با صفحهٔ $ABFE$ موازی نیست. (صفحهٔ $BFGC$ بر صفحهٔ $ABFE$ عمود است.)

گزارهٔ «پ» نادرست است. زیرا مثلاً خط GH با صفحهٔ $ABCD$ موازی است و بر صفحهٔ $ABFE$ عمود نیست (خط GH موازی صفحهٔ $ABFE$ است.)

گزاره‌های «الف» و «ت» همواره صحیح هستند.

۲۶ ـ گزینه ۲ گزارهٔ الف درست است.

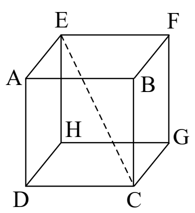
گزارهٔ ب نادرست است زیرا از هر نقطهٔ غیر واقع بر صفحه بی‌شمار صفحه می‌توان بر آن عمود کرد.

گزارهٔ پ نادرست است زیرا شرط عمود بودن خط بر صفحه آن است که خط مورد نظر بر دو خط متقاطع از صفحه در محل تقاطع عمود باشد.

۲۷ ـ گزینه ۴ دو زاویه در فضا که یک ضلع موازی دارند را در نظر می‌گیریم دو ضلع دیگر آن‌ها دو خط را در فضا مشخص می‌کنند. و دو خط در فضا سه حالت دارند: موازی، متقاطع و متنافر. بنابراین نمی‌توان نظر داد.

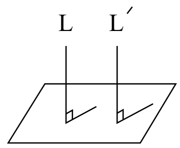
۲۸ ـ گزینه ۳ دو صفحه‌ی متقاطع همدیگر را در یک خط قطع می‌کنند که «فصل مشترک» دو صفحه نامیده می‌شود.

۲۹ ـ گزینه ۲ طبق شکل مقابل در مکعب قطر EC با یال‌های AD، AB، GH، DH و BF و FG متنافر است.



۳۰ ـ گزینه ۱ فرض صفحه‌ای مانند P باشد که بر این دو خط عمود است یعنی:

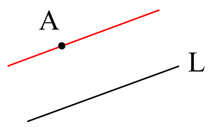
$$\left.\begin{array}{l} L\perp P \\ L'\perp P \end{array}\right\} \Rightarrow L||L'$$



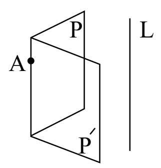
که طبق فرض L و L' متقاطع‌اند نه موازی بنابراین هیچ صفحه‌ای وجود ندارد.

۳۱ ـ گزینه ۲

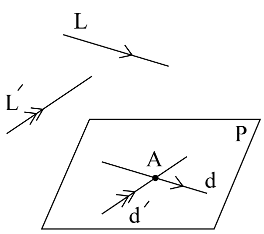
از یک نقطه در خارج یک خط فقط یک خط می‌توان موازی با آن رسم کرد.



و از نقطه‌ی A خارج خط L بی‌شمار صفحه می‌گذرد که با L موازی باشد.

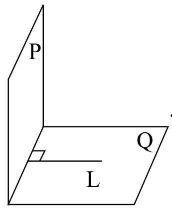


۳۲ ـ گزینه ۲ در نقطه‌ی A به موازات L و L' دو خط d و d' را رسم می‌کنیم. از دو خط d و d' که در نقطه‌ی A متقاطعند فقط و فقط یک صفحه می‌گذرد.

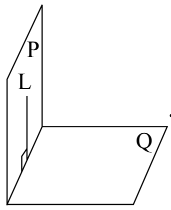


۳۳ ـ گزینه ۴ هر سه مورد می‌تواند درست باشد.

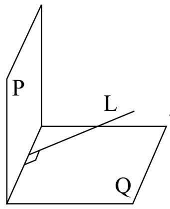
۱) درست است.



۲) درست است.



۳) L بر P و Q عمود نیست.



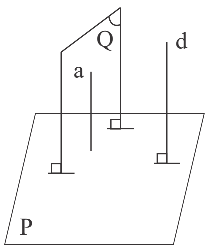
۳۴ ـ گزینه ۳ خط AB بر صفحه‌ی P عمود است. خط L نیز یکی از خط‌های صفحه است.

از طرفی خط L بر خط BC نیز عمود است، بنابراین خط L بر دو خط متقاطع BC و AC در نقطه‌ی C عمود است. بنابراین با خط AC زاویه‌ی ۹۰ تشکیل می‌دهد.

۳۵ ـ گزینه ۱

نکته: دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی‌اند.

از آنجایی که $Q\perp P$ بنابرین صفحه‌ی Q شامل خطی مانند a است که بر صفحه‌ی P عمود است. بنابراین $d \parallel a$ و از آنجا که $Q \parallel d$ است. (چون اگر خطی با یکی از خط‌های صفحه‌ای موازی باشد با آن صفحه موازی است و یا بر آن صفحه منطبق می‌شود.)

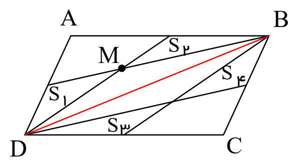


۳۶ ـ گزینه ۳ برداشتن گام اول سخت است اما ما با رسم قطر BD آن را برمی‌داریم.

ما می‌توانیم به جای نسبت بین قسمت رنگی و متوازی الاضلاع، نسبت مساحت $S_۱$ و $S_۲$ را به $\overset{\Delta}{ABD}$ به دست بیاوریم. چون مساحت کلی (متوازی الاضلاع) و هم مساحت جزئی (قسمت رنگی) نصف شده‌اند.

حال در مثلث ABD نقطه‌ی M نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها است و $S_۱$ و $S_۲$ هر کدام $\frac{۱}{۶}$ مساحت مثلث پس:

$$S_۱ + S_۲ = (\frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۶})S_{ABD} = \frac{۱}{۳}S_{ABD}$$



۳۷ ـ گزینه ۳

$$\frac{PC}{PB} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{PC}{BC} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{APC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۴S_{\overset{\Delta}{APC}} \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : MN||BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{۱}{۳} \\ \overset{\Delta}{AQN} \sim \overset{\Delta}{APC} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{AQN}}}{S_{\overset{\Delta}{APC}}} = (\frac{۱}{۳})^۲ = \frac{۱}{۹} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{APC}} = ۹S_{\overset{\Delta}{AQN}} \quad (۲)$$

$$S_{\overset{\Delta}{APC}} = ۹(۳) = ۲۷ \quad \xrightarrow{(۱),(۲)} S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۴(۲۷) = ۱۰۸$$

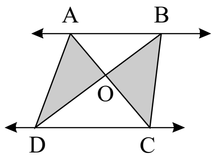
۳۸ ـ گزینه ۲ نکته: برای محاسبه مساحت اشکال شبکه‌ای از نقطه‌ها: از مجموع نقاط داخل شکل و نصف نقاط روی شکل یک واحد کم می‌کنیم.

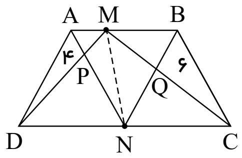
n: نقاط داخل شکل

n': نقاط روی محیط شکل

$$S_{ABCDE} = n + \frac{n'}{۲} - ۱ = ۸ + \frac{۹}{۲} - ۱ = ۱۱/۵$$

۳۹ ـ گزینه ۳ نکته:فرض کنیم AB و CD موازی باشند، به طوری که AC و BD در نقطه‌ای مانند O متقاطع باشند. در این صورت $S_{OAD} = S_{OBC}$





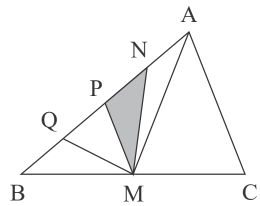
دو نقطه‌ی M و N را مطابق شکل به هم وصل می‌کنیم $.AMND$ و $MBCN$ ذوزنقه هستند. با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$S_{MPN}=S_{APD}=۴ \quad , \quad S_{MQN}=S_{BQC}=۶$$

در نتیجه:

$$S_{MPNQ}=S_{MPN}+S_{MQN}=۴+۶=۱۰$$

۴۰ - گزینه ۳ نکته: در هر مثلث، با رسم میانه، آن مثلث به دو مثلث کوچک‌تر با مساحت‌های مساوی تقسیم می‌شود.



$$\left.\begin{array}{l} S_{\overset{\triangle}{ABC}}=۲۴ \\ AM \text{ میانه‌ی مثلث } ABC \end{array}\right\} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{AMC}}=S_{\overset{\triangle}{AMB}}=\frac{۲۴}{۲}=۱۲$$

$$\left.\begin{array}{l} S_{\overset{\triangle}{AMB}}=۱۲ \\ PM \text{ میانه‌ی } \overset{\triangle}{AMB} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{AMP}}=S_{\overset{\triangle}{BMP}}=\frac{۱۲}{۲}=۶$$

$$\left.\begin{array}{l} S_{\overset{\triangle}{AMP}}=۶ \\ NM \text{ میانه‌ی } \overset{\triangle}{AMP} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ANM}}=S_{\overset{\triangle}{NPM}}=\frac{۶}{۲}=۳$$

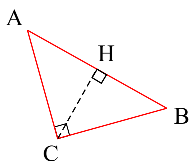
۴۱ - گزینه ۳ طبق قضیه‌ی پیک، مساحت یک چندضلعی برابر است با $(S=\frac{b}{۲}-۱+i)$ که در آن b تعداد نقاط مرزی و i تعداد نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای است. بنابراین داریم:

$$\frac{b}{۲}-۱+i=۴ \Rightarrow \frac{b}{۲}+i=۵ \xrightarrow{\times ۲} b+۲i=۱۰ \Rightarrow b=۱۰-۲i$$

بیش‌ترین تعداد نقاط مرزی (b) در صورتی است که از عدد ۱۰ مقدار کم‌تری کسر گردد یعنی کم‌ترین نقاط درونی (i) را داشته باشیم و از آن‌جایی که کم‌ترین مقدار i برابر با صفر است، بیش ترین مقدار نقاط مرزی برابر با ۱۰ خواهد شد.

۴۲ - گزینه ۳

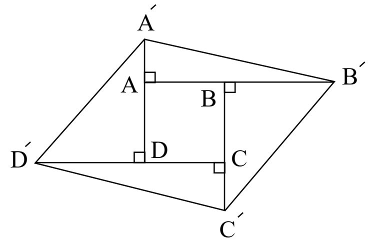
از قضیه‌ی فیثاغورس استفاده می‌کنیم.



$$AC=\sqrt{۳^۲+۱^۲}=\sqrt{۱۰}$$
$$BC=\sqrt{۳^۲+۱^۲}=\sqrt{۱۰}$$
$$AB=\sqrt{۴^۲+۲^۲}=۲\sqrt{۵}$$
$$\overset{\triangle}{AB}C: AB^۲=AC^۲+BC^۲ \Rightarrow \widehat{C}=۹۰^\circ$$

رابطه‌ی طولی: $CB\times AC=CH\times AB \Rightarrow \sqrt{۱۰}\times\sqrt{۱۰}=CH\times ۲\sqrt{۵} \Rightarrow CH=\sqrt{۵}$

۴۳ - گزینه ۱ با توجه به شکل داریم:



$$\left.\begin{array}{l} BB'=DD'=AB \\ \hat{B}=\hat{D}=۹۰^\circ \\ A'D=BC'=۲AD \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{(ض‌زض)}} A'\overset{\triangle}{D}D'\cong B\overset{\triangle}{B'}C' \Rightarrow A'D'=B'C'$$

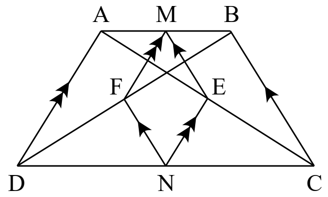
به همین ترتیب نیز می توان نتیجه گرفت که: $A'B'=C'D'$

می دانیم هر چهارضلعی که اضلاع روبه روی آن دو به دو مساوی باشند، متوازی الاضلاع است، بنابراین چهارضلعی $A'B'C'D'$ متوازی الاضلاع می باشد.

۴۴ - گزینه ۴ در چهارضلعی $ABCD$، نقاط M و N وسط اضلاع AB و CD و نقاط E و F وسط قطرها هستند.

$$\overset{\triangle}{ABC}: \frac{AM}{MB}=\frac{AE}{EC}=۱ \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} ME=\frac{BC}{۲}$$

$$\overset{\triangle}{BDC}: \frac{DF}{FB}=\frac{DN}{NC}=۱ \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} NF=\frac{BC}{۲}$$

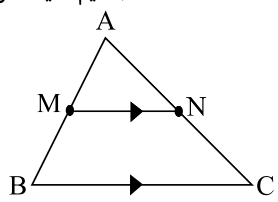


بنابراین $ME=NF=\frac{BC}{۲}$ است. همچنین به طریق مشابه می‌توان نشان داد که $MF=NE=\frac{AD}{۲}$ است. بنابراین با فرض لوزی بودن چهار ضلعی $MENF$ داریم:

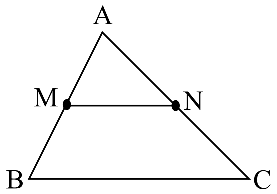
$$ME=MF \Rightarrow \frac{BC}{۲}=\frac{AD}{۲} \Rightarrow BC=AD$$

۴۵ ـ گزینه ۴ نکته (تعمیم قضیهٔ تالس): در مثلث ABC اگر $MN||BC$، آن‌گاه:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$



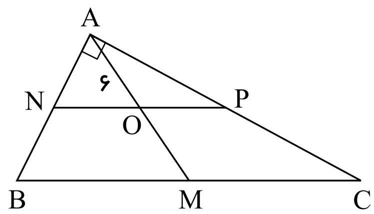
نکته (عکس قضیهٔ تالس): در مثلث ABC، اگر پاره‌خط MN روی اضلاع AB و AC پاره‌خط‌های متناسب ایجاد کند ($\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$)، آن‌گاه: $MN||BC$.



نکته: در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد وتر، نصف وتر است.

طبق فرض، N و P وسط‌های AB و AC هستند. پس:

$$\frac{AN}{AB}=\frac{AP}{AC}=\frac{۱}{۲} \qquad (*)$$



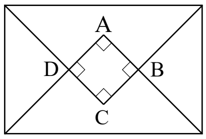
بنابراین از عکس قضیهٔ تالس نتیجه می‌گیریم $NP||BC$، پس $OP||MC$. در نتیجه با استفاده از تعمیم قضیهٔ تالس در $\overset{\triangle}{AMC}$ داریم:

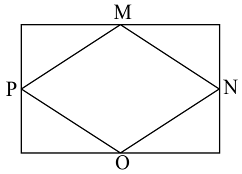
$$\frac{AO}{AM}=\frac{AP}{AC}\overset{(*)}{=\!=}\frac{۱}{۲}\xrightarrow{AO=۶}\frac{۶}{AM}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow AM=۱۲$$

بنابراین طول میانهٔ وارد بر وتر BC برابر ۱۲ است. پس طول وتر برابر است با: $BC=۲AM=۲۴$.

۴۶ ـ گزینه ۲ از تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی یک مستطیل به طول ضلع‌های a و b، یک مربع به طول ضلع $|a-b|\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ تشکیل می‌شود.

پس مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر $\frac{۱}{۲}=\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}(۳-۲)\right)^{۲}$ است و چهارضلعی حاصل از وصل کردن وسط‌های اضلاع همان مستطیل، لوزی $MNOP$ است که مساحت آن نصف مساحت مستطیل است، پس $S_{MNOP}=\frac{۲\times ۳}{۲}=۳$، بنابراین داریم:





$$\frac{S_{MNOP}}{S_{ABCD}}=\frac{۳}{\frac{۱}{۲}}=۶$$

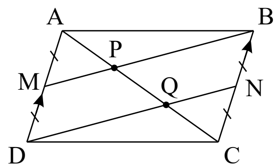
۴۷ ـ گزینه ۴

$$\left.\begin{array}{r} AD=BC\to ۲MD=۲BN\to\ MD=BN \\ MD\parallel BN \end{array}\right\}$$

چهارضلعی $MBND$ متوازی‌الاضلاع است زیرا دو ضلع مقابل موازی و مساوی دارد.

$$\overset{\Delta}{ABP}:QN\parallel BP\xrightarrow{\text{تالس جز به کل}}\frac{CN}{CB}=\frac{QN}{PB}\to\frac{۱}{۲}=\frac{QN}{PB}\to PB=۲QN$$

به طریق مشابه در مثلث ADQ می‌توان نشان داد: $DQ=۲MP$

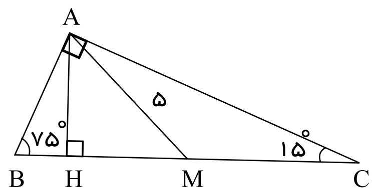


$$MB=DN\to MP+PB=DQ+QN\to MP+۲QN=۲MP+QN$$

$$\to MP=QN=۳\to DQ=۲MP=۲\times۳=۶$$

۴۸ ـ گزینه ۳

راه اول:



$$BC=۲AM=۲\times۵=۱۰$$

$$\overset{\Delta}{ABD}:\hat{C}=۱۸۰^\circ-(۹۰^\circ+۷۵^\circ)=۱۵^\circ$$

$$\text{ارتفاع وارد بر وتر روبه‌رو } ۱۵^\circ:\ AH=\frac{BC}{۴}=\frac{۱۰}{۴}=\frac{۵}{۲}$$

$$\overset{\Delta}{AHM}:\frac{AH}{AM}=\frac{\frac{۵}{۲}}{۵}=\frac{۱}{۲}\to A\hat{M}H=۳۰^\circ\to H\hat{A}M=۶۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{AHM}:\text{روبه‌رو به } ۶۰^\circ\ HM=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\text{ وتر}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۵=\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$$

راه دوم:

$$BC=۲AM=۲\times۵=۱۰$$

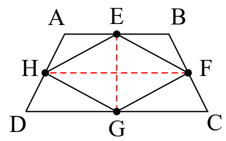
$$\overset{\Delta}{ABD}=\hat{C}=۱۸۰^\circ-(۹۰^\circ+۷۵^\circ)=۱۵^\circ$$

$$\text{ارتفاع وارد بر وتر روبه‌رو}:\ AH=\frac{BC}{۴}=\frac{۱۰}{۴}=\frac{۵}{۲}$$

مثلث AHM قائمه‌الزاویه است؛ داریم:

$$AM^۲=AH^۲+HM^۲\Rightarrow۲۵=(\frac{۵}{۲})^۲+HM^۲\Rightarrow HM=\frac{۵\sqrt{۳}}{۲}$$

۴۹ ـ گزینه ۳



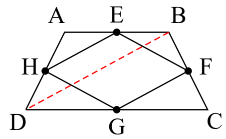
$EG\perp HF$

EG و HF عمودمنصف یکدیگرند $HF \parallel AB \parallel DC$

F و H وسط ساق‌ها

در نتیجه چهارضلعی قطرهای آن عمودمنصف یکدیگر باشند، لوزی است.

روش دوم: در ذوزنقه متساوی‌الساقین قطرها با هم برابرند. یعنی:



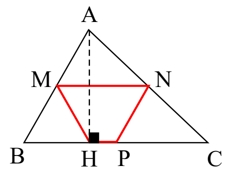
$$\overset{\Delta}{ABD}: \frac{AE}{EB}=\frac{AH}{HD}=\frac{۱}{۱}=۱ \Rightarrow HE\parallel BD\,,\ HE=\frac{۱}{۲}BD$$

$$\overset{\Delta}{BDC}: \frac{CF}{FB}=\frac{CG}{GD}=۱\Rightarrow FG\parallel BD\,,\ FG=\frac{۱}{۲}BD$$

به همین صورت: $HG=EF=\frac{۱}{۲}AC\,,\ HG\parallel EF\parallel AC$

بنابراین در چهارضلعی $EFGH$ هر چهارضلع دو به دو موازی و هر چهار ضلع برابرند بنابراین چهارضلعی ایجاد شده لوزی است.

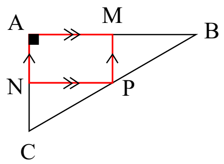
۵۰ ـ گزینه ۴ در شکل $MNPH$ یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین است. چون:



$$\left.\begin{array}{l}\overset{\Delta}{ABH}:\ \text{میانه}\ MH=\frac{۱}{۲}AB\\[4pt] NP\parallel AB\Rightarrow NP=\frac{۱}{۲}AB\end{array}\right\}\to MH=NP$$

و از طرفی $MN \parallel BC$ در نتیجه $MN\parallel HP$ یعنی گزینه‌ی ۲ صحیح است.

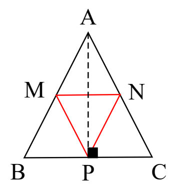
در شکل مقابل طبق قضیه‌ی تالس: $NP\parallel AB$ و $MP\parallel AC$



و خود ضلع AC را ارتفاع مثلث و A را پای ارتفاع در نظر می‌گیریم بنابراین $AMPN$ مستطیل است.

و همچنین اگر مثلث موردنظر متساوی‌الساقین باشد $(AB=AC)$ ارتفاع بر وسط BC وارد می‌شود و مثلث MNP متساوی‌الساقین می‌شود.

$$\begin{array}{l}MP \underset{=}{\parallel} \frac{۱}{۲}AB\\[4pt] MP \underset{=}{\parallel} \frac{۱}{۲}AC\end{array}\ \xrightarrow{AB=AC} MP=NP$$



پس هر ۳ مورد ممکن است اتفاق بیفتد.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۹ - ۱	۱۷ - ۳	۲۵ - ۲	۳۳ - ۴	۴۱ - ۳	۴۹ - ۳
۲ - ۴	۱۰ - ۱	۱۸ - ۴	۲۶ - ۲	۳۴ - ۳	۴۲ - ۳	۵۰ - ۴
۳ - ۳	۱۱ - ۴	۱۹ - ۱	۲۷ - ۴	۳۵ - ۱	۴۳ - ۱	
۴ - ۳	۱۲ - ۴	۲۰ - ۱	۲۸ - ۳	۳۶ - ۳	۴۴ - ۴	
۵ - ۲	۱۳ - ۳	۲۱ - ۴	۲۹ - ۲	۳۷ - ۳	۴۵ - ۴	
۶ - ۳	۱۴ - ۴	۲۲ - ۲	۳۰ - ۱	۳۸ - ۲	۴۶ - ۲	
۷ - ۳	۱۵ - ۲	۲۳ - ۴	۳۱ - ۲	۳۹ - ۳	۴۷ - ۴	
۸ - ۱	۱۶ - ۳	۲۴ - ۲	۳۲ - ۲	۴۰ - ۳	۴۸ - ۳	